# PREPA 5

## Problema 1

Dadas la tensión y la corriente medida a la entrada de una red eléctrica como sigue:

$$e(t) = 14{,}14 \text{ sen } (1000t + 30^{o}) \text{ Voltios.}$$
$$i(t) = 7{,}07 \text{ sen } (1000t - 30^{o}) \text{ Amperios}$$

a) Determine la forma de onda de la potencia instantánea.
b) Indique intervalos duran*t*e los cuales la red recibe potencia de la fuente.

Solución:

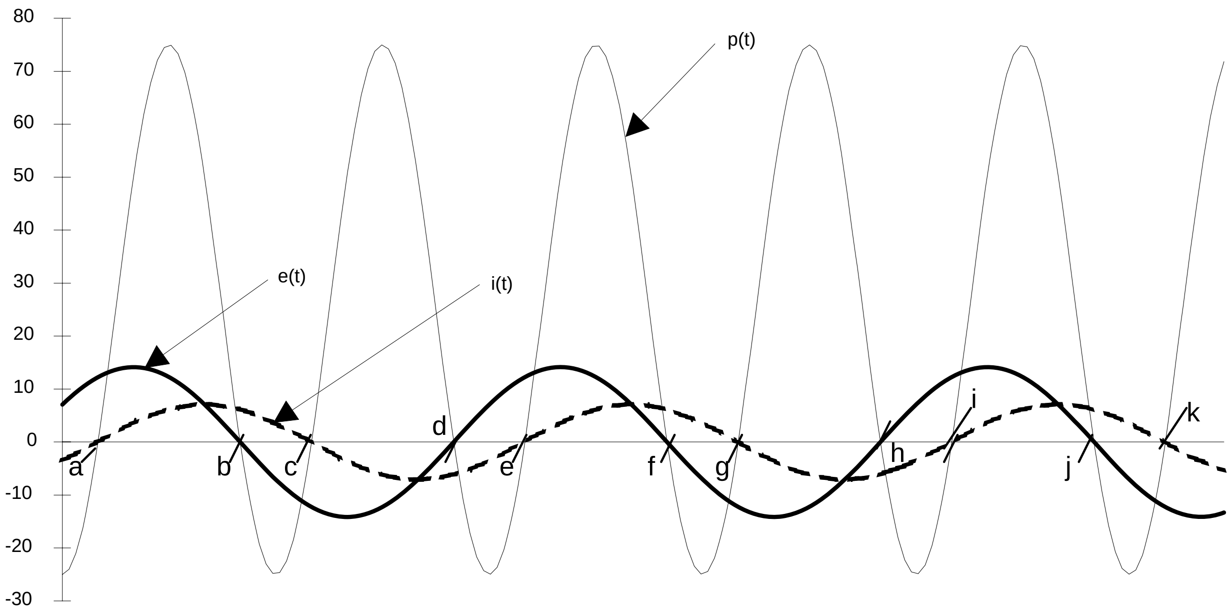
**(a)** $p(t) = 14{,}14 \times 7{,}07 \text{ sen } (1000t + 30^{o}) \times \text{sen } (1000t - 30^{o})$ Watt.

utilizando la relación trigonométrica: **sen A × sen B = 1/2 [cos(A - B) - cos( A + B )],** se llega a la siguiente expresión para la potencia

$p(t) = 99{,}97 \times 1/2 \times [\cos 60^{o} - \cos 2000t]$

$p(t) = 49{,}985 \times \cos 60^{o} - 49{,}985 \times \cos 2(1000t)$
$p(t) \cong 25 - 49{,}985 \cos 2(1000t)$ Watt.

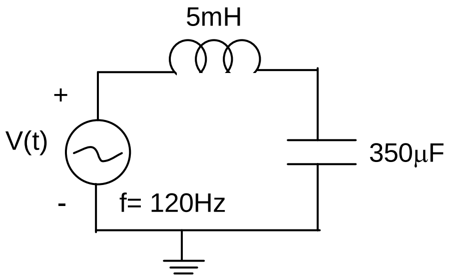
En la siguiente figura se representan las señales de *e* (*t* ), *i* (*t* ) y *p* (*t* )

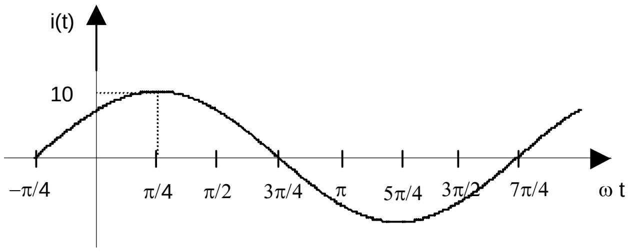



**(a)** La red recibe potencia de la fuente, en todos aquellos intervalos de tiempo en los cuales la potencia instantánea suministrada por la fuente al circuito es positiva (intervalo a-b de la gráfica, por ejemplo).
¿Explique que ocurre durante los intervalos de tiempo en los cuales p(t) se
hace negativa: el intervalo b-c, por ejemplo?

## Problema 2

La corriente en régimen permanente que circula por el circuito mostrado, tiene la forma de onda que se indica en la figura.




a) Exprese i(t) como una señal senoidal.

b) Exprese i(t) como un fasor para t=0.

c) Calcule V(t) en régimen permanente.

d) ¿Es el circuito predominantemente capacitivo o inductivo?

e) Dibuje la curva de potencia instantánea suministrada al circuito (sea exacto en al escala del tiempo). Identifique los puntos donde la potencia instantánea entregada al inductor es cero.

f) Calcule e identifique en su gráfico (en la escala del tiempo) los instantes luego de t=0, cuando la energía almacenada en el inductor se hace cero.

g) Calcule el valor promedio de la componente activa de la potencia que se le entrega al circuito.

h) Calcule el valor promedio de la componente reactiva de la potencia que se le entrega al circuito.

i) ¿Cuánta energía tiene almacenada el inductor, 8 ciclos de la señal de potencia después de t=0?

j) ¿Cuánta energía se le transfiere al capacitor en cada medio ciclo de la corriente?

Solución:

**(a)**

i(t) = 10 Sen ($\omega$t + $\pi$/4) A.

**(b)**

$$\overline{I} = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \text{ A.}$$

**(c)**

$$\overline{V} = \overline{V}_L + \overline{V}_C = \overline{I}(Z_L + Z_C) = \frac{10}{\sqrt{2}}\underline{|45°}\left(j3,7699 - j3,7894\right) = 0,1379\underline{|-45°}\text{ Volt.}$$

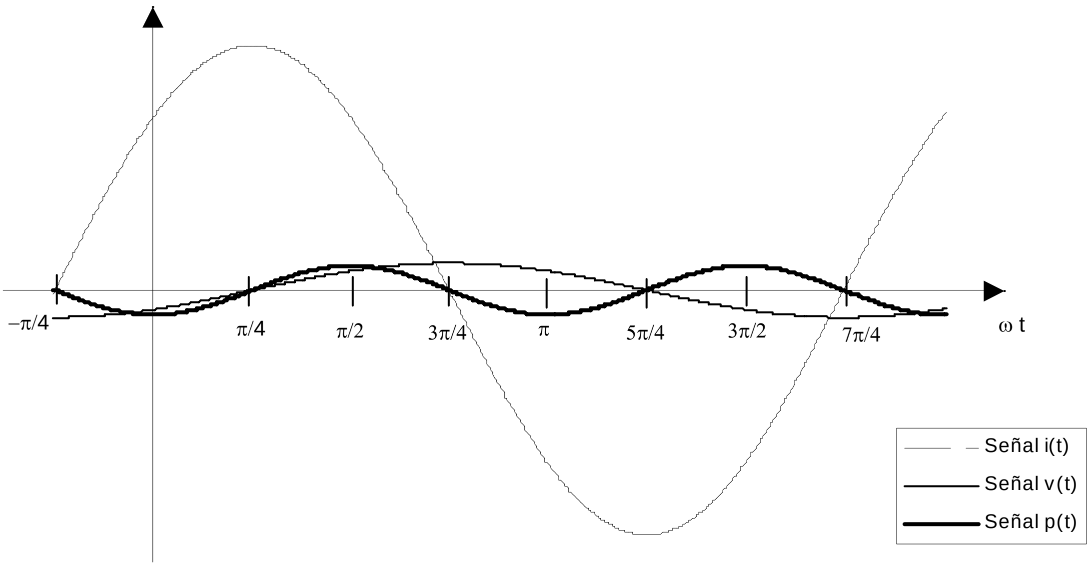
$$\Rightarrow V(t) = 0,1379\sqrt{2}\ \text{Sen}(\omega t - 45°) = 0,2\ \text{Sen}(\omega t - 45°)\text{ Volt.}$$

**(d)** Capacitivo.

**(e)**

p(t) = V(t) . I(t)

$p_L(t) = V_L(t) . I(t)$, donde $\overline{V}_L = \overline{I}.Z_L = 26,6572\underline{|135°}\ V \Rightarrow V_L(t) = 37.7\ \text{Sen}(\omega t + 135°)\text{ Volt.}$




En el gráfico están claros los puntos donde la potencia se hace cero, estos son: -π/4, π/4, 3π/4,...

**(f)**

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = 0 \Rightarrow i(t) = 0 \Rightarrow \omega t + \frac{\pi}{4} = k\pi,\quad k = 0,1,2,...$$

$$\omega t = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 : \omega t = -\frac{\pi}{4} < 0 \\ k = 1 : \omega t = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

**(g)** P = 0

**(h)** Q = 0

**(i)** t = 66,7mseg

$$i(66,7mseg) = 10\ \text{Sen}\left(377.\ 66,7mseg + \frac{\pi}{4}\right) = 7,2465\text{ A.}$$

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = 0,11\text{ Joule}$$

**(j)**

t = 4,2mseg

$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2$ , siendo $\overline{V}_C = \overline{I}.Z_C = 26{,}7951\underline{|-45°}\ V \Rightarrow V_C(t) = 37{,}9\ Sen(\omega t - 45°)$ Volt.

$W_C = 0{,}12$ Joule

## Problema 11

Suponga que la función de corriente de un capacitor de 100 $\mu$F es:

$i\,(t\,) = 10$ sen $(1000t + 30°)$ Amperios.

Determine:

a) La energía almacenada en el capacitor para los instantes $t = 0$ y $t = 0{,}001$ seg.

b) La energía suministrada al capacitor desde $t = 0$ hasta $t = 0{,}01$ seg y calcule luego, la energía suministrada al capacitor durante el intervalo desde $t = 0{,}001$ seg. hasta $t = 0{,}01$ seg.

Solución:

**(a)**

La energía almacenada en un capacitor para un instante en particular depende de el voltaje a través del capacitor para dicho instante.

$$W\text{c} = ½\ C\ v_C(t\,)^2$$

siendo $v_C(t) = \frac{1}{C}\int i_c\ (t)\ dt$.

se tiene para el capacitor referido, $v_C(t\,) = -\ 100 \cos\,(1000t + 30°)$ Voltios.

la energía almacenada en el capacitor para $t = 0$ es

$W\text{c} = \frac{100}{2} 10^{-6}\ (-86{,}6)^2 = 0{,}375$ W-seg

La tensión a través del capacitor para t = 0,001 seg es:

$v_C\ (0{,}001) = -\ 100 \cos\,(1000 \times 0{,}001 + 30°)$

$v_C\ (0{,}001) = -\ 100 \cos 87{,}3 = -\ 4{,}72$ Voltios.

A los 0,001 seg. la energía almacenada en el capacitor es:

$W\text{c} = \frac{100}{2} 10^{-6}\ (-4{,}72)^2 = 1{,}11$ mW-seg.

**(b)**

La energía suministrada puede ser determinada igualmente a partir de la siguiente ecuación (derive esta ecuación):

$$W c(t_2) - W c(t_1) = \frac{|I_{máx}||Vc_{máx}|}{2}\left[\frac{\cos 2(\omega t_2 + \phi) - \cos 2(\omega t_1 + \phi)}{2\omega}\right]$$

Para el intervalo 0 a 0,01 seg.,

$$W c(0{,}01) - W c(0) = \frac{1000}{2}\left[\frac{\cos 2(1000 \times 0{,}01 + 30°) - \cos 2(30°)}{2000}\right] = -0{,}272 \text{ W-seg.}$$

Para el intervalo 0,001 a 0,01 seg.,

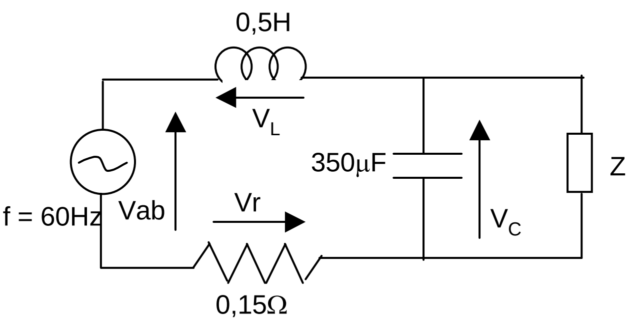
$$W c(0{,}01) - W c(0{,}001) = \frac{1000}{2}\left[\frac{\cos 2(1000 \times 0{,}01 + 30°) - \cos 2(1000 \times 0{,}001 + 30°)}{2000}\right] =$$

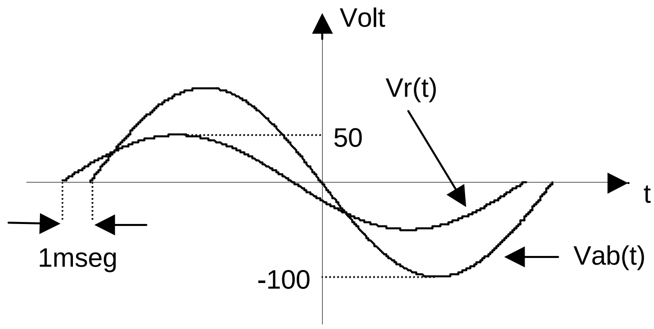
$$0{,}102 \text{ W-seg.}$$

Nótese el valor negativo de la energía suministrada en el intervalo de 0 a 0,01 seg. ¿Que significa que sea negativo?

## Problema 12

En el siguiente circuito,




Determine:

a) La expresión temporal de la corriente demandada por el circuito.
b) El valor de la impedancia Z si Vab(t) y Vr(t) son los mostrados en la gráfica
c) Dibuje la curva de p(t) suministrada al circuito.
d) El valor promedio de la componente activa de la potencia que se le entrega al circuito.
e) ¿Cuánta energía tiene almacenada el inductor 8 ciclos luego de t=0?
f) ¿Cuánta energía se le transfiere al capacitor en cada medio ciclo de Vab(t)?

g) ¿Qué valor instantáneo tiene Vab(t) en el momento cuando la energía en el campo magnético del inductor es cero?
h) El factor de potencia al cual opera la fuente.
i) La potencia compleja consumida por el capacitor de 20μF.
j) El diagrama fasorial de la corriente entregada por la fuente, de las corrientes que circulan por cada rama del circuito, y de las tensiones presentes en el mismo.

Solución:

**(a)**

Vr(t) = 50 Sen(ωt + 201,96°)Voltios

⇒ $i_r$(t) = Vr(t)/0,15 = 333,33Sen(ωt + 201,96°) A.

**(b)**

Vab(t) = 100 Sen(ωt + 180°) Voltios

$$\overline{Vab} = \frac{100}{\sqrt{2}}\angle 180° = 70{,}7107\ \angle 180°\ \mathrm{V}$$

$$\overline{\mathrm{I_r}} = \frac{333{,}33}{\sqrt{2}}\angle 201{,}96° = 235{,}7023\ \angle 201{,}96°\ \mathrm{A}$$

$$\overline{\mathrm{Vr}} = \frac{50}{\sqrt{2}}\angle 201{,}96° = 35{,}3553\ \angle 201{,}96°\ \mathrm{V}$$

$$\overline{\mathrm{V_L}} = \overline{\mathrm{I_r}}\, Z_L = 235{,}7023\ \angle 201{,}96° \ {}^*\mathrm{j}188{,}5 = 44.429{,}8836\ \angle -69{,}04°\ \mathrm{V}$$

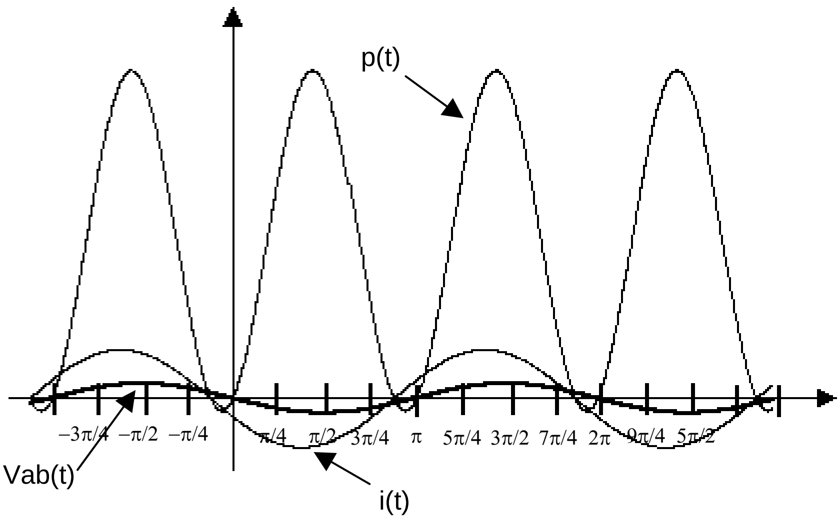
$$\overline{\mathrm{Vc}} = \overline{Vab} - \overline{V_L} - \overline{Vr} = 44.456{,}3367\ \angle 111{,}99°\ \mathrm{V} \Rightarrow \overline{\mathrm{Ic}} = \frac{\overline{Vc}}{Zc} = \frac{44.456{,}3367\ \angle 111{,}99°}{-j132{,}6260} = 335{,}2008\angle -158{,}0°\ \mathrm{A}$$

$$\overline{\mathrm{Iz}} = \overline{\mathrm{I_r}} - \overline{\mathrm{Ic}} = 99{,}4986\ \angle 22{,}09°\ \mathrm{A} \Rightarrow \mathrm{Z} = \frac{\overline{\mathrm{Vc}}}{\overline{\mathrm{Iz}}} = 446{,}8034\ \angle 89{,}90°\ \Omega$$

$$\mathrm{Z} = (0{,}7894 + \mathrm{j}\ 446{,}8027)\ \Omega$$

**(c)**

p(t) = Vab(t) . i(t)



**(d)**

$$p(t) = 16.666{,}5\left[0{,}9274\left(1 - \text{Cos}2\omega t\right) + 0{,}3740\ \text{Sen}2\omega t\right]$$
$$P = V_{RMS}.I_{RMS}.\text{Cos}\phi = 16.666{,}5 * 0{,}9274 = 15.456{,}5\ \text{Watt}$$

**(e)**

$$t = 0{,}1333\ \text{seg}$$
$$i(t = 0{,}133\text{seg}) = 333{,}33\ \text{Sen}\left(2\pi.60.0{,}1333\text{seg} + 201{,}96°\frac{\pi}{180°}\right) = -121{,}125\ \text{A}$$
$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} * 0{,}5 * (-121{,}125)^2 = 3.667{,}82\ \text{Joule}$$

**(f)**

$$t = 8{,}3\ \text{mseg}$$
$$Vc(t = 8{,}3\text{mseg}) = 44.456{,}3367.\sqrt{2}\ \text{Sen}\left(2\pi.60.8{,}3\text{mseg} + 111{,}99°\frac{\pi}{180°}\right) = -58.586{,}3987\ \text{V}$$
$$W_L = \frac{1}{2}CVc^2 = \frac{1}{2} * 20.10^{-6} * (-58.586{,}3987)^2 = 34.323{,}66\ \text{Joule}$$

**(g)**

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = 0 \Rightarrow i(t) = 0$$
$$i(t) = 333{,}33\ \text{Sen}(\omega t + 201{,}96°) = 0 \Rightarrow \omega t + 201{,}96° = k\pi,\quad k = 0,1,2,...$$
$$k = 2 \Rightarrow t = 7{,}3\text{mseg}\ \ \text{(Primer instante después de } t = 0)$$

$$Vab(t = 7{,}3\text{mseg}) = 100\ \text{Sen}(2\pi.60.7{,}3\text{mseg} + \pi) = -37{,}9719\ \text{V}$$

**(h)**

fp = Cos(180° - 201,96°) = 0,9274

**(i)**

$$\overline{Sc} = \overline{Vc}.\overline{Ic}^{*} = 14{,}9018\ \underline{|-90{,}0°}\ \text{MVAr} = -\ j14{,}9018\ \text{MVAr}$$

**(j)**